

BAB I

TEORI KETAKPASTIAN

1. KETEPATAN PENGUKURAN

Pengukuran merupakan aktivitas yang bertujuan untuk mengetahui kualitas atau kuantitas suatu besaran. Pengukuran dalam fisika tidak luput dari ketakpastian, artinya hasil ukur terhadap besaran fisika pasti memiliki simpangan/deviasi. Hal ini antara lain disebabkan alat yang digunakan oleh manusia dalam pengukuran mempunyai keterbatasan ukur.

Selain karena alat ukur yang digunakan, masih banyak faktor yang mempengaruhi ketidaktepatan hasil pengukuran, yang tidak semuanya dapat dihindari. Oleh sebab itu pengukur wajib mengetahui sejauh mana hasil pengukuran dapat dipercaya, kemudian berusaha menghindari kesalahan dalam pengukuran semaksimal mungkin, walaupun ada yang tak dapat dihindari.

Pengukur harus mengetahui kesalahan yang tidak mungkin dihindari, sehingga dalam menyajikan hasil pengukuran, harus pula membuat taksiran tentang ketakpastian yang ada pada hasil pengukuran tersebut, melaporkannya dengan jujur, sehingga hasil pengukuran dapat dinilai dan dipercaya. Dalam segala macam pengukuran selalu timbul pertanyaan “*Berapakah ketepatan hasil pengukuran itu*”? *Pertanyaan ini identik dengan “Berapa dekatkah hasil pengukuran itu dengan nilai sebenarnya”?*

Dalam pengukuran ilmiah, perlu sekali dapat mengestimasi ketepatan pengukuran, sebab dengan demikian dapatlah diketahui manfaat hasil pengukuran.

2. KESALAHAN TERTENTU DAN KESALAHAN TAK TENTU

Jika Anda ingin melakukan pengukuran secara tepat/teliti maka Anda harus memperhitungkan ketakpastian yang mungkin timbul. Ketakpastian ini dapat terjadi karena dua macam kesalahan, yakni kesalahan tertentu dan kesalahan tak tentu.

2.1 Kesalahan Tertentu

Kesalahan tertentu sering pula disebut kesalahan sistematis (*systematic error*). Misalnya mistar yang digunakan mengukur besaran panjang, mungkin skalanya tidak teratur, atau mungkin suhu peneraan mistar tidak sama dengan suhu pada saat pengukuran dilakukan. Pada saat menimbang dengan neraca sama lengan mungkin lengannya tidak tepat sama panjang atau mungkin juga gaya ke atas yang dilakukan oleh udara mempengaruhi hasil penimbangan. Kemungkinan seperti ini selalu ada, tetapi dengan cara pengukuran/penimbangan tertentu kesalahannya dapat diperkecil. Kesalahan semacam ini disebut **kesalahan tertentu**. Contoh yang lain adalah kesalahan kalibrasi, alat, pengamat, dan keadaan fisik.

Pengukur harus mengetahui kesalahan tertentu yang mungkin ada, dan mengambil tindakan untuk mengatasinya. Kesalahan itu tidak mungkin semuanya dapat diatasi. Selain semua kesalahan

tersebut, masih ada kesalahan lain yang harus diperhitungkan, yakni kesalahan tak tentu.

2.2 Kesalahan Tak Tentu

Kesalahan ini disebut dengan **kesalahan acak atau random** (*random error*). Walau pengukuran dilakukan dengan cermat, pengukuran ulang dari besaran yang sama tidak memberi hasil yang tepat sama. Hal ini disebabkan karena biasanya angka terakhir pengukuran hanya kira-kira (ditaksir) oleh pengamat.

Beberapa pengukuran yang tidak saling bergantung satu sama lain akan memberikan hasil yang berbeda-beda. Tentunya pengamat harus selalu berusaha agar pengukurannya benar-benar tidak saling bergantung satu sama lain, dan tidak boleh terpengaruh oleh hasil pengukuran sebelumnya. Kesalahan tidak tertentu ini pun tidak bisa dihindari, tetapi jika pengukuran dilakukan banyak kali maka dengan teori ketakpastian, kesalahan ini dapat dihitung. Makin banyak pengukuran dilakukan, makin tepatlah hasilnya. Beberapa di antara **kesalahan tidak tertentu** ini ialah **gerak Brown molekul udara, fluktuasi tegangan jaringan listrik, landasan bergetar, bising, dan latar belakang (*background*) radiasi**. Jadi kesalahan ini bersumber pada sumber gejala yang tidak mungkin dikendalikan atau diatasi semuanya dan merupakan perubahan-perubahan yang berlangsung amat cepat. Sehingga pengaturan atau pengendaliannya di luar kemampuan kita. Oleh sebab itu tugas kita adalah:

1. Menentukan atau memilih hasil pengukuran suatu nilai (nilai terbaik) yang dapat menggantikan nilai benar.
2. Menentukan atau memilih nilai lain yang menyatakan atau menggambarkan penyimpangan nilai terbaik dari nilai benar. Nilai ini menyatakan sampai berapa jauh nilai terbaik dapat dipercaya.

Jadi untuk mencapai kedua tujuan tersebut, pengukuran harus diulang sebanyak mungkin.

3. KETAKPASTIAN HASIL PENGUKURAN

Pernyataan hasil pengukuran bergantung pada cara melakukan pengukurannya dalam hal ini dibedakan pengukuran tunggal dan pengukuran berulang.

3.1 Pengukuran Tunggal

Pengukuran-pengukuran **lamanya benda mendingin, kecepatan komet**, dan lain-lain, **tidak mungkin dilakukan lebih dari sekali**. Oleh sebab itu pengukurannya mungkin dilakukan hanya sekali. Di samping itu jika dilakukan pengukuran lebih dari sekali, mungkin tidak menghasilkan nilai-nilai yang berbeda, misalnya alat yang kasar dipakai untuk mengukur sesuatu yang halus. Oleh sebab itu ukuran ketepatan suatu pengukuran tunggal ditentukan oleh alat yang digunakan. Dalam hal ini hasil pengukuran dilaporkan sebagai :

$$(x \pm \Delta x)$$

dengan x menyatakan hasil pengukuran tunggal dan Δx adalah setengah nilai skala terkecil alat

ukur. Misalnya hasil pengukuran besaran panjang dengan mistar adalah $(2,1 \pm 0,05)$ cm sebagai interpretasi, ada kepastian (keyakinan) 100 %, bahwa nilai benar x_0 berada di antara $(x - \Delta x)$ dan $(x + \Delta x)$.

3.2 Pengukuran Berulang

Kiranya kita patut bersikap kurang percaya terhadap hasil pengukuran tunggal. Makin banyak pengukuran dilakukan, makin besarlah tingkat kepercayaan terhadap hasilnya. Dengan melakukan pengukuran berulang diperoleh lebih banyak nilai benar x_0 , sehingga nilai tersebut dapat didekati dengan teliti. Nilai benar baru dapat diketahui bila dilakukan pengukuran yang tidak terbilang banyaknya, tetapi hal ini tidak mungkin dilakukan karena alatnya sudah rusak atau aus sebelum pengukuran selesai dilakukan. Dengan demikian nilai benar tidak mungkin dapat diketahui. Oleh sebab itu setiap pengukuran selalu menghadapi empat hal berikut :

- a. Berapa banyak pengukuran harus dilakukan ?
- b. Nilai mana yang dipilih sebagai nilai terbaik, terdekat, dan pengganti nilai benar ?
- c. Berapa simpangan nilai terbaik itu dari nilai benar dan bagaimana cara menentukan simpangan tersebut ?
- d. Hubungan apakah yang ada antara nilai terbaik dan tingkat kepercayaan di satu pihak, dengan jumlah pengukuran yang dilakukan di pihak lain ?

Pada pengukuran berulang akan dihasilkan nilai-nilai x yang disebut sampel suatu populasi x_0 , yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Dari nilai-nilai x atau sampel tersebut, manakah yang dipakai sebagai nilai terbaik (x), dan berapa ketakpastiannya (Δx) ? Nilai rata-rata sampel ($\langle x \rangle$) dianggap sebagai nilai terbaik pengganti nilai populasi x_0 yang tidak mungkin ditemukan dari pengukuran. Pada suatu keyakinan tertentu, nilai benar ada di dalam $(x \pm \Delta x)$. Menurut statistika (lihat gambar), $x_0 = \langle x \rangle$, yaitu nilai rerata sampel, dengan

$$\langle x \rangle = \frac{\sum x_i}{n}$$

Pada pengukuran berulang dengan n jumlah pengukuran, simpangan baku Δx dinyatakan oleh

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n \langle x \rangle^2}{(n-1)}}$$

Satuan Δx sama dengan satuan x . Hasil akhir pengukuran selalu dinyatakan dengan

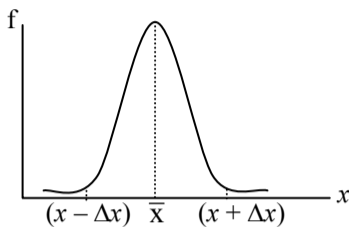
$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x$$

Cara lain untuk menyatakan ketakpastian ialah dengan menyebutkan ketakpastian nisbi/relatifnya, yaitu

$$\frac{\Delta x}{x}$$

yang tidak mempunyai satuan, yang kadang-kadang dinyatakan dalam persen, yaitu

$$\frac{\Delta x}{x} \times 100\%$$



Ketakpastian relatif berhubungan dengan ketelitian (*precision*) pengukuran yang bersangkutan; **makin kecil ketakpastian makin besar ketelitian pengukuran tersebut.** Ketakpastian relatif sebesar 1 % dikatakan lebih teliti dari pada pengukuran yang menghasilkan ketakpastian relatif 5 %.

Jadi ketakpastian relatif mengandung informasi yang lebih banyak dari pada ketakpastian mutlak.

4. ANGKA PENTING (*SIGNIFICANT FIGURES*) DALAM HASIL AKHIR

Misalkan pengukuran x menghasilkan $x = 22/7 = 3,1428\dots$ jumlah angka yang harus dilaporkan bergantung pada ketelitian pengukurannya, dalam hal ini ialah Δx . Jika Δx diketemukan 0,01 maka x harus dilaporkan sebagai $x = (3,14 \pm 0,01)$. Dengan $\Delta x = 0,01$ diartikan bahwa angka 3 dan 1 pada x diketahui dengan pasti, sedangkan angka 4 mulai diragukan sehingga angka selebihnya yaitu 2,8, ... dst, diragukan sama sekali.

Kebiasaan dalam hal ini ialah menghilangkan semua angka (termasuk angka 0) yang terletak di belakang angka-angka yang diragukan, yaitu 2, 8, ... dst. Besaran x pada contoh di atas dikatakan memiliki tiga angka penting yaitu 3,1, dan 4.

Jika ditinjau dari ketelitiannya, pengertian $x = 3,1$ berbeda dengan 3,10. Pada $x = 3,1$ angka tiga diketahui dengan pasti, sedang angka 1 diragukan. Pada $x = 3,10$ angka 3 dan 1 diketahui dengan pasti, sedangkan angka 0 diragukan. Hasil pengukuran $x = 3,10$ lebih teliti daripada hasil pengukuran $x = 3,1$.

Ketelitian suatu pengukuran sering dinyatakan dalam %. Misal suatu pengukuran menghasilkan $(22/7 \pm 1\%)$. Jadi $\bar{x} = 3,1428\dots$ dan $\Delta x = 0,0314$.

Ketelitian dalam persen ini dinyatakan hanya dengan satu angka penting saja, yaitu 1%, dan bukan dengan dua angka penting, yaitu 1,0 % sehingga x harus juga memiliki hanya satu angka penting saja dan tidak boleh lebih, yaitu $\Delta x = 0,03$. Jadi x harus dilaporkan sebagai $x = (3,14 \pm 0,03)$.

Sebenarnya tidak ada cara yang dapat dikatakan tepat dalam menulis hasil pengukuran, karena banyak bergantung pada selera tiap orang. Namun demikian berdasarkan jumlah angka penting pada ketelitian, dapatlah disarankan cara penulisan seperti tersebut di atas. Dalam hal pengukuran yang tidak diulang, nilai dua garis skala terdekat merupakan angka yang diragukan.

Contoh hasil pengukuran panjang balok

I	x_i (cm)	x_i^2 (cm ²)
1	10.1	102.01
2	10.2	104.04
3	10.0	100.00
4	9.8	96.04
5	10.0	100.00
6	10.1	102.01
7	10.0	100.00
8	9.8	96.04
9	10.0	100.00
10	10.0	100.00
N=10	$\Sigma x_i = 100.0$	$\Sigma x_i^2 = 1000.14$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{100.0}{10} = 10.0 \text{ cm}$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 - n \bar{x}^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{1000,14 - 10 \cdot 100,0}{(10-1)}}$$

$$= 0,12472 \text{ cm}$$

$$x = (10,00 \pm 0,12) \text{ cm}$$

5. KETAKPASTIAN PADA SUATU FUNGSI

5.1 Ketakpastian Pada Fungsi Satu Variabel :

Jika diperhatikan y sebagai fungsi $x \longrightarrow y = f(x)$, maka x di sini merupakan variabel bebas yang diukur, dan y variabel tidak bebas yang akan dicari. Nilai benar x_0 tidak dapat diketahui, sehingga nilai benar $y_0 = f(x_0)$ juga tidak dapat diketahui. Dari pengukuran diperoleh nilai terbaik \bar{x} dengan ketelitian Δx sehingga dapat dicari nilai terbaik \bar{y} dengan ketelitian Δy .

$$\begin{aligned} y &= f(x) \\ &= f(\langle x \rangle \pm \Delta x) \\ &= f(\langle x \rangle) \pm \left[\left(\frac{df}{dx} \right)_{\langle x \rangle} (\Delta x) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 f}{dx^2} \right)_{\langle x \rangle} (\Delta x)^2 + \dots \right] \\ &= f(\langle x \rangle) \pm \left(\frac{df}{dx} \right)_{\langle x \rangle} (\Delta x) \\ &= \langle y \rangle \pm \left(\frac{df}{dx} \right)_{\langle x \rangle} (\Delta x) \end{aligned}$$

$$|\Delta y| = |y - \langle y \rangle| = \left| \pm \left(\frac{df}{dx} \right)_{\langle x \rangle} (\Delta x) \right|$$

Δx merupakan skala terkecil untuk pengukuran tunggal dan simpangan baku untuk pengukuran berulang.

Contoh : $Y = aX^n$, dengan $n =$ bilangan bulat (fungsi pangkat), atau pecahan.

$$dy/dx = n a x^{n-1}$$

$$\text{menurut : } |\Delta y| = \pm \left(\frac{df}{dx} \right)_{\langle x \rangle} (\Delta x) \text{ maka } \Delta y = |n a x^{n-1}| (\Delta x)$$

Bagaimana halnya dengan :

- (1) $y = \log x$
- (2) $y = e^x$
- (3) $y = \sin x$

5.2 Ketakpastian pada fungsi dua variabel :

Jika diperhatikan z sebagai fungsi : $z = z(x, y)$, dengan $x = (\bar{x} \pm \Delta x)$ dan $y = (\bar{y} \pm \Delta y)$ masing-masing merupakan hasil pengukuran langsung (variabel bebas), dan z adalah besaran yang dicari (variabel tidak bebas).

a. Untuk x dan y masing-masing sebagai hasil pengukuran tunggal (nilai skala terkecil) :

$$\begin{aligned} z &= z(x, y) \\ &= z[(\langle x \rangle \pm \Delta x), (\langle y \rangle \pm \Delta y)] \\ &= z(x, y) \pm \left[\left\{ \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{\bar{x}} (\Delta x) + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_{\bar{y}} (\Delta y) \right\} + \dots \right] \\ \Delta z = z - \langle z \rangle &= \pm \left| \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_{\bar{x}} \right| (\Delta x) + \left| \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_{\bar{y}} \right| (\Delta y) \end{aligned}$$

Bagaimana halnya dengan :

- (1) $z = (x - y)$
- (2) $y = x^m y^n$

Contoh soal :

Percepatan gravitasi suatu tempat akan ditentukan dengan menggunakan percobaan bandul matematik berdasarkan persamaan :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Pengukuran panjang tali dengan mistar $L = (25,0 \pm 0,05)$ cm, dan waktu ayunan dengan stopwatch $T = (1,00 \pm 0,01)$ s.

Jawab : Percepatan gravitasi : $g = 4\pi^2 L T^{-2}$

$$\langle g \rangle = 4(3,14)^2 (25,0)(1,00)^{-2} = 986,96 \text{ cm s}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \Delta g &= \left| \frac{\partial g}{\partial L} \right| |\Delta L| + \left| \frac{\partial g}{\partial T} \right| |\Delta T| \\ &= \left| 4\pi^2 T^{-2} \right| |\Delta L| + \left| 4\pi^2 L (-2)(T)^{-3} \right| |\Delta T| \\ &= \left| 4(3,14)^2 (1,00)^{-2} \right| |0,05| + \left| 4(3,14)^2 (25,0)(-2)(1,00)^{-3} \right| |0,01| \\ &= (1,97 + 19,74) \\ &= 21,71 \text{ cm s}^{-2} \end{aligned}$$

$$g = (986,96 \pm 21,71) \text{ cm s}^{-2}$$

Teori Ketakpastian

$$g = (987,0 \pm 21,7) \text{ cm s}^{-2} = (9,870 \pm 0,217) \times 10^2 \text{ cm s}^{-2}$$

$$= (9,870 \pm 0,217) \text{ m s}^{-2}$$

Jadi hasil akhir yang dilaporkan : $g = (9,9 \pm 0,2) \times 10^2 \text{ cm s}^{-2} = (9,9 \pm 0,2) \text{ m s}^{-2}$.

b. Nilai x dan y masing-masing sebagai hasil pengukuran berulang.

Bila x dan y diperoleh dari hasil pengukuran berulang masing-masing dengan simpangan baku S_x dan S_y , maka

$$\Delta z = \sqrt{S_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{x,y}^2 S_x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{x,y}^2 S_y^2}$$

Contoh soal :

Percepatan gravitasi suatu tempat akan ditentukan dengan menggunakan percobaan bandul matematik. Dua puluh kali pengukuran periode bandul menghasilkan nilai rata-rata periode $\bar{T} = 1,00 \text{ s}$, dengan simpangan baku $0,02 \text{ s}$, sedang sepuluh kali pengukuran panjang bandul menghasilkan $\bar{L} = 25,00 \text{ cm}$, dengan simpangan baku $0,03 \text{ cm}$. Tentukan g dan Δg

Percepatan gravitasi : $g = 4\pi^2 L T^{-2}$

Jawab :

$$g = 4\pi^2 L T^{-2}$$

$$\langle g \rangle = 4\pi^2 \langle L \rangle \langle T \rangle^{-2} = 986,96 \text{ cm s}^{-2}$$

$$\Delta g = \sqrt{S_g^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial L}\right)^2 (S_{(L)})^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 (S_{(T)})^2}$$

$$= \sqrt{(4\pi^2 T^{-2})^2 (S_{(L)})^2 + (4\pi^2 L (-2) T^{-3})^2 (S_{(T)})^2}$$

$$= \sqrt{\{4.(3,14)^2 (1,00)^{-2}\}^2 (0,03)^2 + \{4.(3,14)^2 (25)(-2)(1)^{-3}\}^2 (0,002)^2}$$

$$= \sqrt{1,402 + 15,585} = \sqrt{16,987} = 4,12 \text{ cm s}^{-2}$$

$$g = (986,96 \pm 4,2) \text{ cm s}^{-2}$$

$$= (987,0 \pm 4,1) \text{ cm s}^{-2}$$

$$= (9,87 \pm 0,041) \text{ m s}^{-2}$$

Hasil akhir dalam laporan berbentuk : $g = (9,87 \pm 0,04) \text{ m s}^{-2}$.

c. Nilai x dan y yang bervariasi, satu variabel hasil pengukuran berulang dan yang lain hasil pengukuran tunggal.

Misal dalam kasus ini x adalah variabel hasil pengukuran tunggal sementara y adalah variabel hasil pengukuran berulang. Jika ini terjadi maka perhitungan ralat Δz sama seperti kasus (b) di atas dengan menuliskan ralat salah satu variabel yang diperoleh dari pengukuran tunggal Δx , sedangkan untuk variabel tetap ditulis simpangan baku S_y .

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{\langle x \rangle, \langle y \rangle}^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{\langle x \rangle, \langle y \rangle}^2 s_{\langle y \rangle}^2}$$

MENENTUKAN GARIS LURUS MELALUI SEJUMLAH TITIK

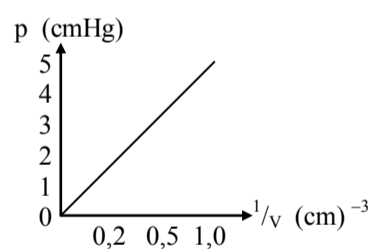
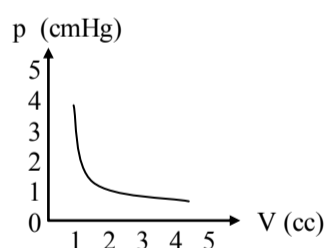
Pengujian rumus dan penghitungan konstanta (koefisien) dalam rumus, selain dapat dilakukan dengan cara-cara analitik tersebut di atas, dapat juga ditentukan secara grafis. Untuk pengujian rumus secara grafis ini adalah yang paling sesuai. Selain itu perlu diingat tiga hal berikut

- a. Kertas grafik memiliki ketakpastian sendiri, yakni $\Delta = \frac{1}{2}$ mm untuk sumbu horisontal dan vertikalnya. Ketakpastian grafik tidak boleh lebih besar dari ketakpastian pengukuran x dan y . Berapakah Δ grafik ini? Ini bergantung pada besar kecilnya x . Kita berpegang pada : grafik harus bernilai sedemikian hingga Δx dapat digambar.

Sebagai contoh : $y = 0,05$ Volt, maka dalam arah $-y = \frac{1}{2}$ mm harus bernilai $\geq 0,05$ Volt. Maka 1 cm minimal 10 Volt, kalau tidak $\Delta y = 0,05$ Volt tidak tergambar.

- b. Grafik yang paling sederhana adalah garis lurus. Maka dari itu rumus yang hendak diuji benar tidaknya diluruskan.

Contoh : Hukum Boyle $pV = c$, kalau p digrafikkan terhadap V hasilnya sebuah hiperbola.



Agak sukar melihat apakah titik eksperimen terletak pada kurva yang melengkung itu. Tetapi kalau p digrafikkan terhadap $1/V$ diperoleh garis lurus dan mudah untuk melihat apakah hubungan linear itu dipenuhi atau tidak.

- c. Konstanta dalam rumus dapat kita peroleh dari grafik lurus, pada *intercept* – nya atau pada *slope* – nya. Misal dalam hukum Boyle: $pV = n R T$, *slope* – nya $\tan \alpha = n R T$ atau $R = \tan \alpha / n T$.

MENENTUKAN GARIS LURUS TERBAIK.

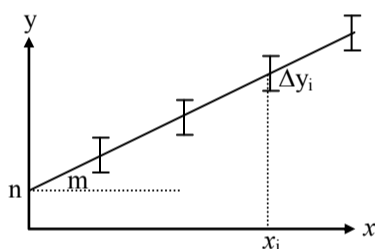
Melalui Titik-Titik Percobaan Dengan Cara Kuadrat Terkecil

Misal kita ingin menguji suatu hukum fisika $y = a + bx$ dengan pengukuran berulang terhadap x dan y menghasilkan $(y \pm \Delta y_i)$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Apabila titik-titik ini digrafikkan dalam diagram x terhadap y , mereka pada umumnya tidak akan terletak pada suatu garis lurus. Banyak garis lurus dapat ditarik melalui kawasan ketakpastian titik-titik itu. Persoalan sekarang : garis manakah merupakan garis lurus terbaik dan berapakah ketidak pastian padanya ?

Karena setiap garis ditentukan oleh n dan m tertentu, maka tugas kita adalah menentukan n_t dan m_t (yakni n dan m terbaik) serta Δn dan Δm . ini kita lakukan secara analitik dengan cara yang dikenal sebagai cara kuadrat terkecil.

Tetapi demi kesederhanaan perhitungan, hanya y lah yang memiliki ketakpastian, sedangkan x dianggap dapat ditentukan dengan ketelitian yang jauh melebihi ketelitian pada penentuan y . Anggapan ini sering terwujud dalam praktek.

Persamaan Regresi Linear : $y = mx + n$



$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$n = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum (x_i y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Inilah *slope* dan *intercept* garis lurus terbaik yang kita cari.

Simpangan baku dalam m_t adalah $S_m = \sqrt{\frac{n}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \times S_y$

Simpangan baku dalam n_t adalah $S_n = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \times S_y$

dimana : $S_y^2 = \frac{1}{n-2} \left[\sum y_i^2 - \frac{\sum x_i^2 (\sum y_i)^2 - 2 \sum x_i \sum (x_i y_i) \sum y_i + n (\sum x_i y_i)^2}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \right]$

MENGHITUNG REGRESI LINEAR

Untuk membuat grafik linear, interpolasi kelompok data yang telah diperoleh dari percobaan dapat dilakukan dengan regresi. Dengan kalkulator, regresi tersebut dapat dihitung sebagai berikut :

1. Kalkulator harus mempunyai fasilitas fungsi regresi (LR)
2. Ubah posisi ke LR
3. Data misal : $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots$ dst
4. Masukkan data : $(x_1) (x_D, y_D), (y_1)$ (DATA)
 $(x_2) (x_D, y_D), (y_2)$ (DATA)

5. Hasil regresi : $A = \text{INV}(A)$

$B = \text{INV}(B)$

6. Persamaan regresi : $y = A + Bx$

7. Grafik:

- Grafik dibuat pada kertas blok milimeter dan ditempelkan pada lembar kerja.
- Sumbu grafik (absis-ordinat) diberi nama besaran fisis dengan satuan yang sesuai.
- Skala pada tiap sumbu sesuai dengan rentang data yang ada.
- Titik-titik pengamatan / pengukuran diberi tanda yang jelas.
- Bentuk kurva mengikuti pola persamaan grafik tersebut : linear, parabola, hiperbola, sinusoid, eksponen, dan sebagainya. Tidak harus melalui titik pengamatan/pengukuran. Menggambar bentuk kurva ini dapat dilakukan dengan bantuan persamaan yang diperoleh dari regresi.

Contoh : Kalkulator fx-570s

Linear regression (Mode 3)

❖ Enter data (4,33), (7,45), (8,46), (1,20)

4	x_D, y_D	33	DATA	7	x_D, y_D	45	DATA	
8	x_D, y_D	46	DATA	1	x_D, y_D	20	DATA	DATA 20

❖ Correlation coefficient

SHIFT	r	r 0.9941909
-------	---	-------------

❖ y when $x = 10$

10	y	y 55.166667
----	---	-------------

A SHIFT A

B SHIFT B

Mahasiswa yang mampu menjalankan program *Microsoft Excel* dapat juga menggunakannya untuk menyelesaikan persoalan regresi linear tersebut.